Modelli di calcolo

Tralasciando i metodi empirici, focalizziamo la nostra attenzione su due metodi particolari: quello cinematico e quello italiano del volume d'invaso.
L'ipotesi di fondo - valida per tutti i modelli, è che il periodo di ritorno T delle portate al colmo in condotta coincida con quello delle precipitazioni usate nei calcoli.
In modo semplificato la portata defluente può essere calcolata come segue:

$$Q = \phi \cdot \frac{i \cdot A}{360}$$

Con i in mm/h, A in ha (ettari). L'intensità viene determinata riferendosi a una durata pari al tempo massimo di corrivazione (della pioggia critica). Quest'ultimo tiene conto della massima lunghezza del percorso in rete (cioè del tempo impiegato a percorrerlo, supponendo una certa velocità) e di un'aggiunta di 5-10 minuti (tempo necessario a raggiungere la fognatura). Si assume infine $h = a \cdot t^{0.5}$, con a variabile tra 30 mm/h e 60 mm/h.

Il metodo cinematico si basa sulle seguenti ipotesi:
- formazione della piena dovuta al solo trasferimento della massa liquida;
- ogni goccia segue un percorso immutabile dipendente solo dal punto in cui è caduta;
- la velocità di ogni goccia non è influenzata dalla presenza delle altre;
- la portata defluente è data dalla somma delle portate elementari provenienti dalle diverse parti del bacino e che si presentano nello stesso istante alla sezione di chiusura;
- ogni collettore funziona in modo autonomo (si trascurano gli effetti di rigurgito);
- moto uniforme per il deflusso dei singoli rami;
- comportamento sincrono della rete nel suo complesso: massimo valore della portata raggiunto contemporaneamente

da tutti i collettori;
- ietogramma rettangolare $\Rightarrow Q_M = \phi \cdot \frac{i \cdot A}{360}$ (pioggia di durata pari al tempo di corrivazione).

Il procedimento di determinazione della portata massima al colmo e quindi di dimensionamento dei rami è costituito dai seguenti passaggi:
- determinazione della curva di probabilità pluviometrica con periodo di ritorno T, parametro a(T) e coefficiente n;
- determinazione dell'area A sottesa dalla sezione in calcolo e del coefficiente di afflusso ϕ (o di quello medio $\bar{\phi}$);
- ipotesi di un diametro D e di un grado di riempimento h/D, calcolo della velocità e del tempo di corrivazione:

$$h/D = \frac{1}{2}\left(1-\cos\theta/2\right) \Rightarrow \theta = 2\arccos\left(1-2h/D\right)$$

$$\Rightarrow U_p = k_S \sqrt{i_f} \cdot \left(\frac{D}{4} \cdot \frac{\theta - \sin\theta}{\theta}\right)^{2/3}$$

$$\Rightarrow t_c = t' + \frac{L}{U_p} \quad \text{con } t' = \begin{cases} t_r = 5' \text{ per rami sorgente} \\ t_c \text{ massimo dei tempi di corrivazione dei tratti confluenti a monte} \end{cases}$$

Eventualmente per i rami sorgenti si può usare un valore di primo tentativo del diametro derivante dalla seguente formula con approssimazione a speco pieno:

$$D = \left[\frac{\phi \cdot a_T \cdot t_r^{n-1}}{k_S \cdot \sqrt{i_f}} \cdot \frac{A}{\pi} \cdot 4^{5/3}\right]^{3/8}$$

- calcolo della portata al colmo di piena:

$$Q_M = \phi \cdot \frac{i \cdot A}{360} = \phi \cdot a_T \cdot \frac{t_c^{n-1}}{360} \cdot A$$

Con a_T in mm/h, A in ha. Si verifica quindi che tale portata sia minore di quella a speco pieno:

$$Q_M < Q_0 = k_S \sqrt{i_f} \cdot \left(\frac{D}{4}\right)^{2/3} \cdot \frac{D^2 \pi}{4}, \text{ cioè } \frac{Q_M}{Q_0} < 1$$

Se tale disuguaglianza non è verificata si deve aumentare il diametro (tenendo eventualmente lo stesso grado di riempimento h/D) e ripetere i conti. Altrimenti si procede al passo successivo;
- calcolo del reale grado di riempimento con la convergenza delle velocità:

$$\frac{Q_P}{Q_0} = \frac{k_S \sqrt{i_f} \left(\frac{D}{4} \frac{\theta - \sin\theta}{\theta}\right)^{2/3} \cdot \frac{D^2}{8}(\theta - \sin\theta)}{k_S \sqrt{i_f} \, (D/4)^{2/3} \cdot \pi D^2/4} = \frac{(\theta - \sin\theta)^{5/3}}{2\pi \, \theta^{2/3}}$$

Si ottiene iterativamente θ' da $\theta' = \sin\theta' + \left(2\pi\theta'^{1/3} \cdot \frac{Q_P}{Q_0}\right)^{3/5}$. Si ricalcola la velocità e si esegue l'ultima verifica:

$$U_m = k_s \cdot \sqrt{i_f} \cdot \left(\frac{D}{4} \cdot \frac{\theta' - \sin\theta'}{\theta'}\right)^{2/3} \qquad |U_p - U_m| < \varepsilon = 0{,}1\ m/s$$

$$\Rightarrow t_c^* = t' + \frac{L}{U_m}$$

Se la disuguaglianza è verificata il dimensionamento è concluso, altrimenti bisogna usare il nuovo t_c^* per eseguire nuovamente i passaggi a partire dalla Q_M.

Il metodo italiano del volume d'invaso si basa sull'ipotesi di linearità della relazione tra volume invasato dal bacino e portata defluente:

$$Q(t) = \frac{W(t)}{k}$$

Con k costante d'invaso lineare. Il metodo esalta il fenomeno della laminazione (progressivo abbassamento del colmo di piena procedendo da monte verso valle) degli afflussi meteorici svolto dal volume d'acqua immagazzinato da superficie e rete a monte per generare la portata Q(t).

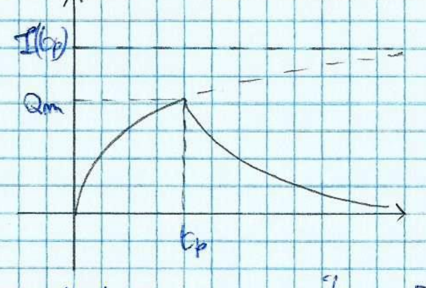
Se I(t) è l'afflusso netto di pioggia l'idrogramma di piena è dato dall'equazione di continuità:

$$I(t)\,dt = dW(t) + Q(t)\,dt$$

Per rete asciutta si ottiene l'integrale di convoluzione:

$$Q(t=0) = 0 \Rightarrow Q(t) = \int_0^{\tau^*} \frac{1}{k} \cdot e^{-\frac{t-\tau}{k}} \cdot I(\tau)\,d\tau$$

Graficamente:



$\tau^* = t$ per $t < t_p$

$\tau^* = t_p$ per $t \geq t_p$

IUH, idrogramma unitario istantaneo:

$$u(t) = \frac{1}{k} \cdot e^{-t/k}$$

La portata in uscita è:

$$Q_m = \phi \cdot i(t_p) \cdot S \cdot \left(1 - e^{-t_p/k}\right)$$

Attraverso una serie di considerazioni semplificative si perviene al metodo italiano del volume d'invaso, che si compone dei seguenti passaggi:

- si determina la curva di probabilità pluviometrica con periodo di ritorno T, parametro $a(T)$ e coefficiente n;

- si considerano l'area sottesa A e il coefficiente d'afflusso ϕ (eventualmente $\bar{\phi}$) per ogni bacino associato a ciascun ramo;
- si fissa il volume dei piccoli invasi w_0;
- si calcola il volume totale invasato a monte della sezione di calcolo e si determina il coefficiente udometrico:

$$W_M = w_0 \cdot A + \frac{D^2}{8}(\theta - \sin\theta)\cdot L + \sum_{i=1}^{N} \frac{D_i^2}{8}(\theta_i - \sin\theta_i)\, L_i$$

volume del velo idrico superficiale (con area totale) — invaso proprio del collettore in calcolo — invasi dei collettori a monte di quello in calcolo e in esso confluenti

Si lascia indicato D che è incognito (diametro per il collettore in calcolo). In alternativa si usa la formula di correzione speditiva:

$$W_M = w_0 \cdot A_c + \frac{D^2}{8}(\theta - \sin\theta)\cdot L + \frac{u}{\phi}\sum_{j=1}^{I} \frac{D_j^2}{8}(\theta_j - \sin\theta_j)\, L_j \frac{\phi_j}{u_j}$$

volume del velo idrico superficiale con area del solo collettore in calcolo — invaso proprio del collettore in calcolo — invasi dei collettori a monte "pesati" mediante il rapporto ϕ_j/u_j relativo a ciascun sottobacino di monte, in relazione a u/ϕ relativo al bacino totale.

Ecco il coefficiente udometrico:

$$u = \frac{2{,}168 \cdot n \cdot (a_T \cdot \phi)^{1/n}}{\left[W_M / A_{TOT}\right]^{\frac{1}{n}-1}}$$

In cui A_{TOT} è in m^2 e u in $l/s\,ha$;

- iterativamente si ottiene D dalla seguente uguaglianza:

$$Q_M = u \cdot A_{TOT} = k_s \sqrt{i_f}\left(\frac{D}{4}\,\frac{\theta - \sin\theta}{\theta}\right)^{2/3} \cdot \frac{D^2}{8}(\theta - \sin\theta) = Q_P$$

Con A_{TOT} in ha. Ottenuto D, si considera θ come incognita e la si ricava iterativamente dalla stessa equazione. In alternativa alla risoluzione iterativa dell'equazione $Q_M = Q_P$ si può ipotizzare un diametro D (per i rami sorgente anche con la formula approssimata a speco pieno), calcolare $Q_M = u(D,\theta)\cdot A$ (ipotizzando pure un h/D da cui ricavare θ) e verificare che sia inferiore a Q_P. Quindi si procede calcolando il θ' reale da $\theta' = \sin\theta' + \left(2\pi\,\theta'^{(2/3)}\frac{Q_P}{Q_0}\right)^{3/5}$, con $Q_0 = k_s\sqrt{i_f}\cdot\left(\frac{D}{4}\right)^{2/3}\cdot\frac{D^2\pi}{4}$. Si ottiene infine la V_M, che deve essere compresa tra 0,5 m/s e 5 m/s (limiti validi anche per la verifica nel metodo cinematico).